

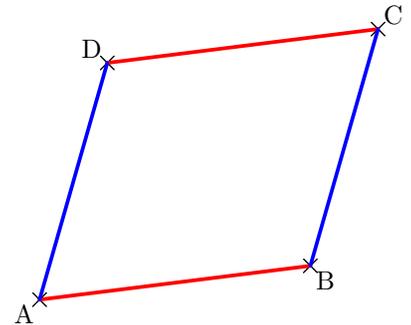
# 5ème - Parallélogramme

## I Reconnaître un parallélogramme

### Définition : parallélogramme

Un **parallélogramme** est un quadrilatère qui a ses côtés opposés parallèles deux à deux

Ci-contre, le quadrilatère ABCD est un parallélogramme ; les côtés (AB) et (CD) sont parallèles, tout comme les côtés (AD) et (BC).



## II Centre de symétrie d'un parallélogramme

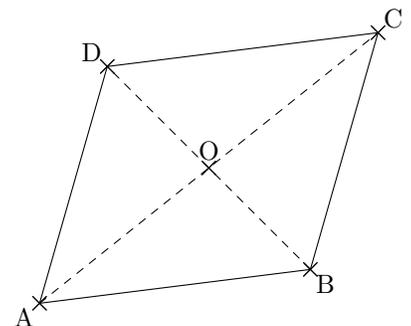
### Propriété

Un **parallélogramme** a un centre de symétrie : le point d'intersection de ses diagonales

On dit que ABCD est un parallélogramme **de centre O**.

Par la symétrie de centre O :

- C est le symétrique de A
- D est le symétrique de B
- [CD] est le symétrique de [AB]
- [AD] est le symétrique de [BC]



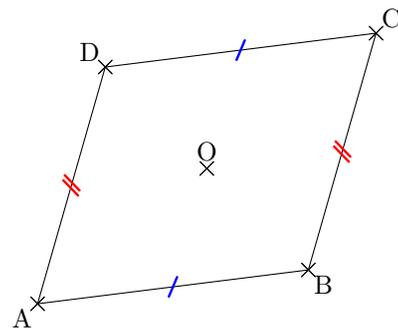
### III Utiliser les propriétés d'un parallélogramme

#### a) propriété relative à la longueur de ses côtés

##### Propriété 1

Si un quadrilatère est un parallélogramme, **alors** ses côtés opposés sont de la même longueur.

Les segments  $[CD]$  et  $[AB]$  sont symétriques par rapport au point  $O$  ; or le symétrique d'un segment est un segment de même longueur. Donc  $[CD]$  et  $[AB]$  ont même longueur, tout comme  $[AD]$  et  $[BC]$ .

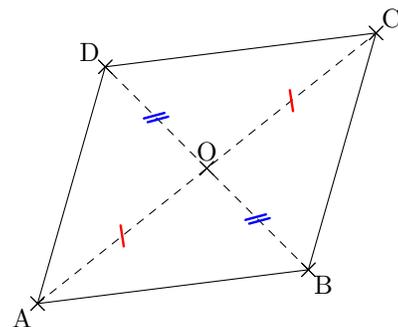


#### b) propriété relative aux diagonales

##### Propriété 2

Si un quadrilatère est un parallélogramme, **alors** ses diagonales se coupent en leur milieu.

Les points A et B sont les symétriques respectifs de C et D par rapport au point  $O$  ; or dire que deux points sont symétriques par rapport au point  $O$  revient à dire que  $O$  est le milieu du segment formé par ces deux points. Donc  $O$  est le milieu de  $[AC]$ , et aussi celui de  $[BD]$ .

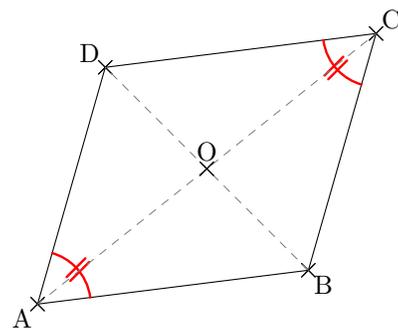


#### c) propriétés relative aux angles

##### Propriété 3

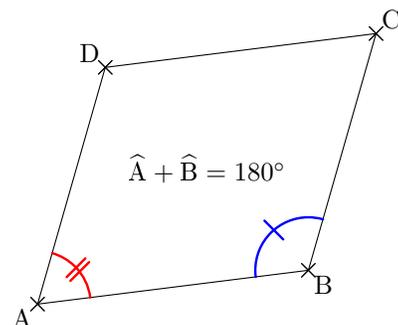
Si un quadrilatère est un parallélogramme, **alors** ses angles opposés ont la même mesure.

Le symétrique de l'angle  $\widehat{BAD}$  par rapport au point  $O$  est l'angle  $\widehat{DCB}$  ; ils sont donc de même mesure



##### Propriété 4

Si un quadrilatère est un parallélogramme, **alors** ses angles consécutifs sont supplémentaires (c'est-à-dire que la somme de leurs mesures vaut  $180^\circ$ ).



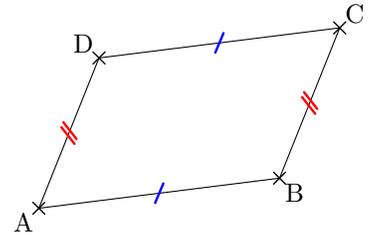
## IV Démontrer qu'un quadrilatère est un parallélogramme

Pour cela, on utilise les **réciroques** des propriétés énoncées ci-dessus :

### a) en utilisant la longueur de ses côtés

#### Propriété 5

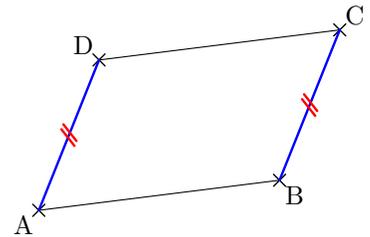
Si un quadrilatère (non croisé) a ses côtés opposés de la même longueur, **alors** ce quadrilatère est un parallélogramme



ou une variante :

#### Propriété 6

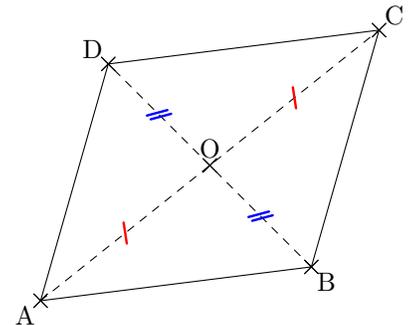
Si un quadrilatère (non croisé) a **deux** côtés opposés parallèles et de même longueur, **alors** ce quadrilatère est un parallélogramme



### b) en utilisant les diagonales

#### Propriété 7

Si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu, **alors** ce quadrilatère est un parallélogramme



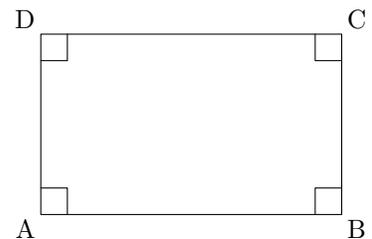
## V Reconnaître un parallélogramme particulier grâce à sa définition

### a) Le rectangle

#### Définition : rectangle

Un **rectangle** est un quadrilatère qui a tous ses angles droits

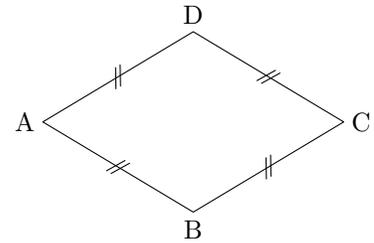
Ses côtés opposés sont donc parallèles deux à deux : c'est un parallélogramme particulier.



## b) Le losange

### Définition : losange

Un **losange** est un quadrilatère qui a tous ses côtés de la même longueur

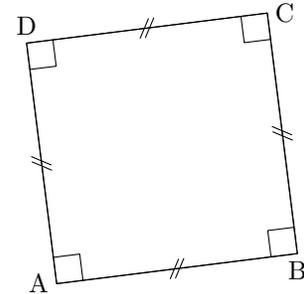


Ses côtés opposés sont de même longueur deux à deux : c'est donc un parallélogramme particulier.

## c) Le carré

### Définition : carré

Un **carré** est un quadrilatère qui a tous ses angles droits et tous ses côtés de la même longueur



C'est à la fois un rectangle et un losange ; c'est donc un parallélogramme particulier.

## VI Utiliser les propriétés des parallélogrammes particuliers

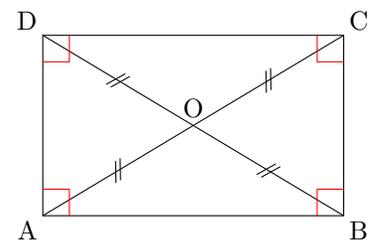
Le rectangle, le losange et le carré sont des parallélogrammes particuliers ; ils en ont donc les propriétés :

- ils ont un centre de symétrie : le point d'intersection de leurs diagonales
- leurs côtés opposés sont de la même longueur deux à deux
- leurs diagonales se coupent en leur milieu.

## a) Le rectangle

### Propriété 8

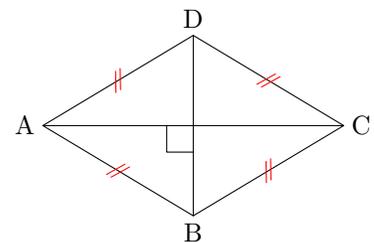
Si un quadrilatère est un rectangle, **alors** ses diagonales sont de la même longueur.



## b) Le losange

### Propriété 9

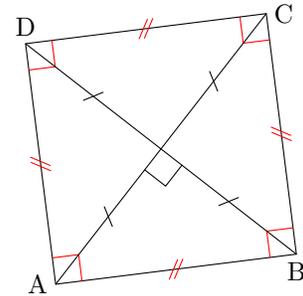
Si un quadrilatère est un losange, **alors** ses diagonales sont perpendiculaires.



### c) Le carré

#### Propriété 10

Si un quadrilatère est un carré, **alors** ses diagonales sont de la même longueur et perpendiculaires.



## VII Déterminer la nature d'un parallélogramme particulier

### a) Le rectangle

#### Propriété 11

Si un parallélogramme a un angle droit, **alors** c'est un rectangle.

#### Propriété 12

Si un parallélogramme a ses diagonales de même longueur, **alors** c'est un rectangle.

### b) Le losange

#### Propriété 13

Si un parallélogramme a deux côtés **consécutifs** de la même longueur, **alors** c'est un losange.

#### Propriété 14

Si un parallélogramme a ses diagonales perpendiculaires, **alors** c'est un losange.

### c) Le carré

#### Propriété 15

Si un parallélogramme a un angle droit et deux côtés **consécutifs** de la même longueur, **alors** c'est un carré.

#### Propriété 16

Si un parallélogramme a ses diagonales perpendiculaires et de même longueur, **alors** c'est un carré.

## Pour résumer...

